



Practice Oriented Master Training in Engineering,  
Space Technology, Informatics and Innovation

[www.ecm-office.de](http://www.ecm-office.de)

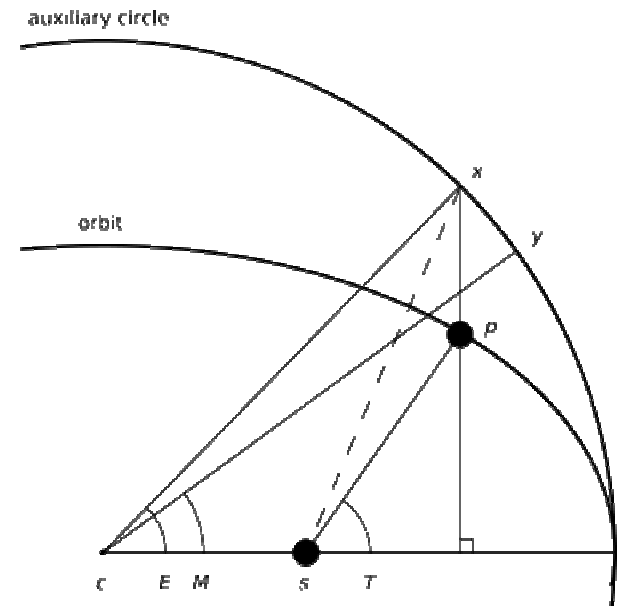


# Orbital mechanics

---

## Theoretical part

После многолетних вычислений, отказавшись от общего заблуждения о кругообразности движений, **Кеплер** открыл **три закона** планетных движений, которые в настоящее время формулируются следующим образом.



## Три закона Кеплера

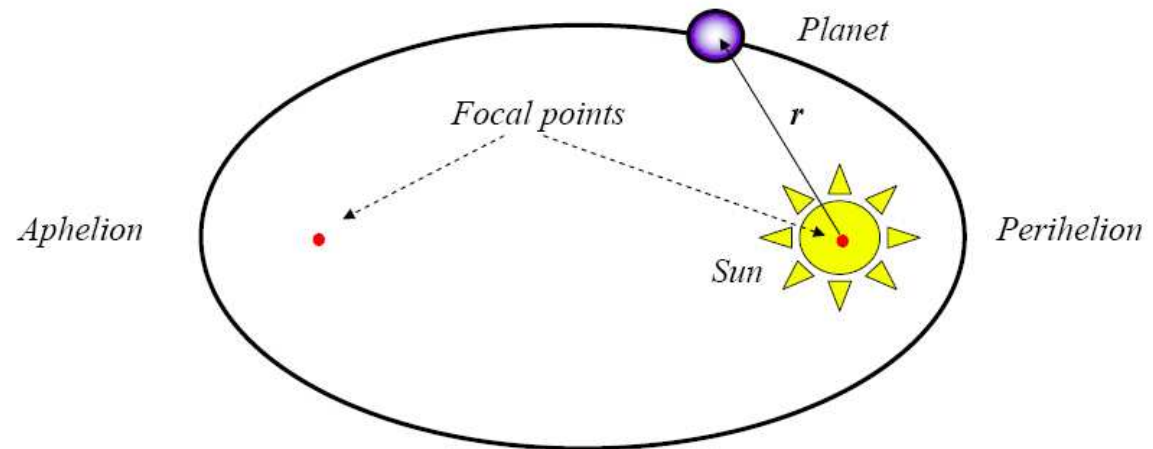
1. Все планеты движутся по эллипсам, в одном из фокусов которых (общем для всех планет) находится Солнце.  
Расстояние планеты от Солнца

в перигелии

$$q = a (1 - e),$$

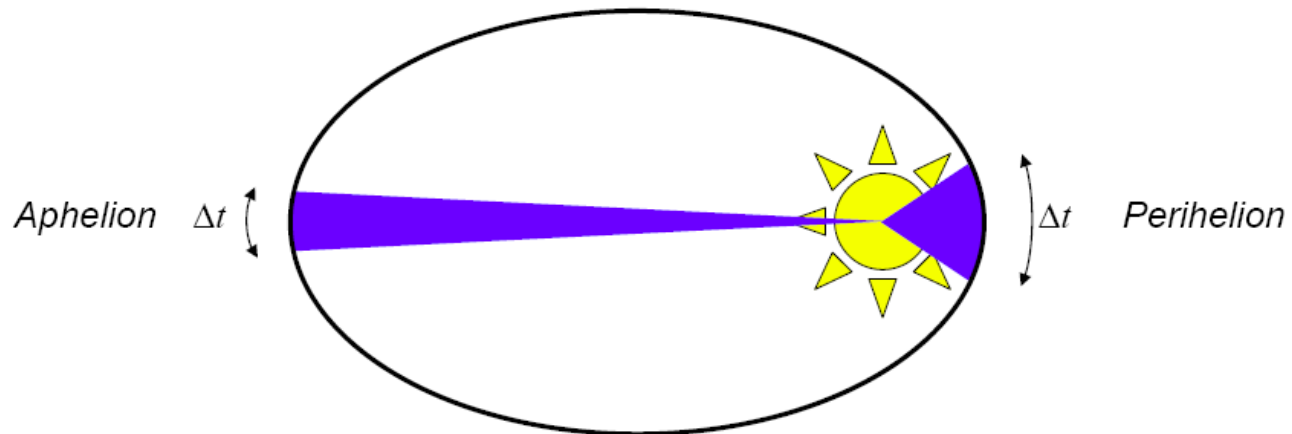
в афелии

$$Q = a (1 + e),$$



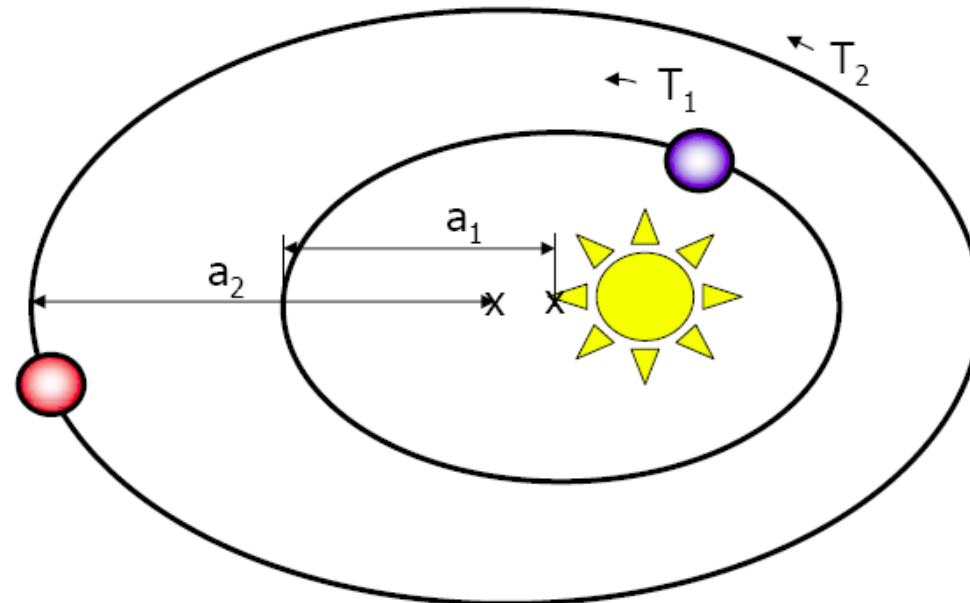
2. Радиус-вектор планеты в равные промежутки времени описывает равновеликие площади.

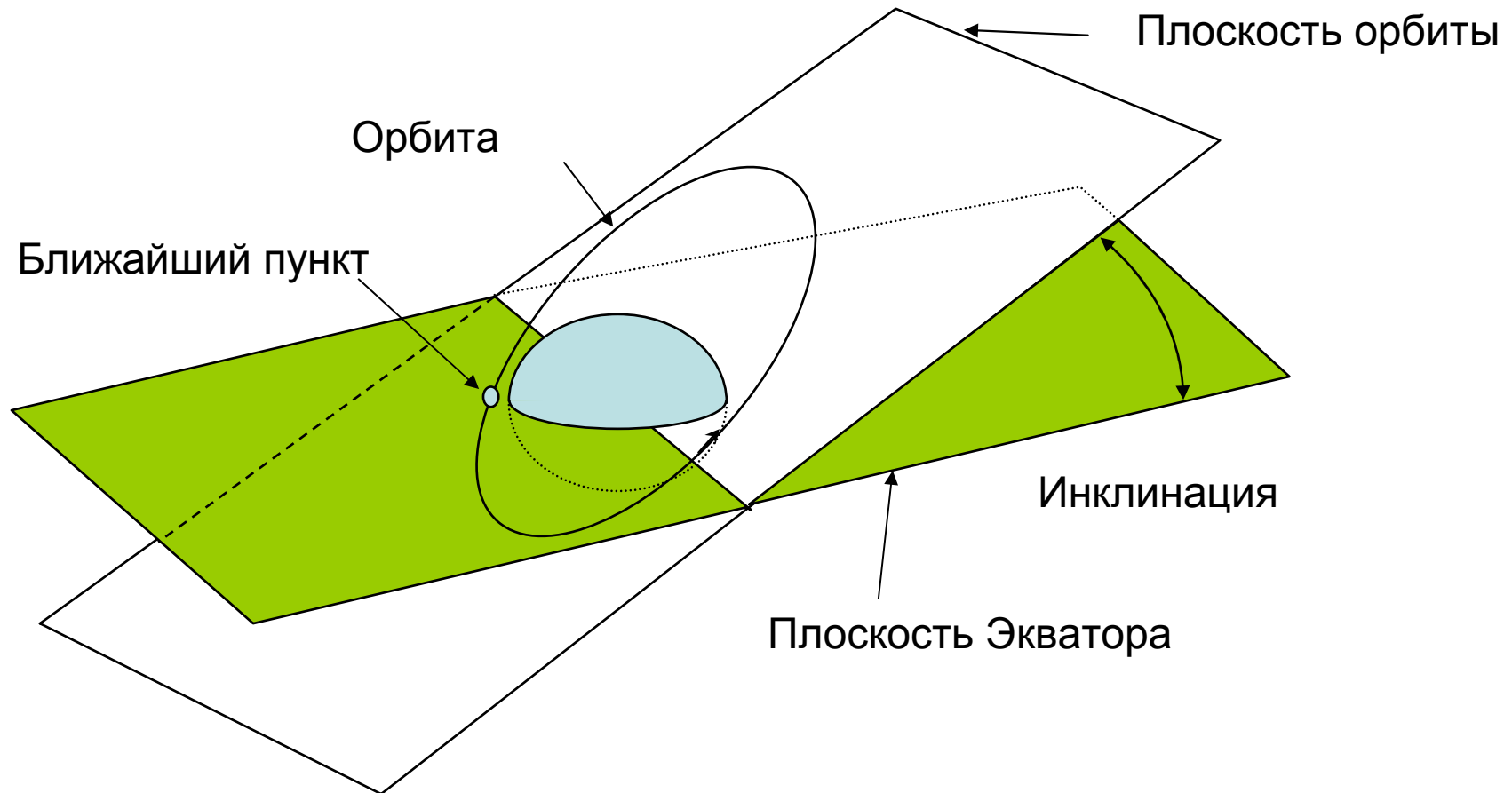
$$T_1 / T_2 = S_1 / S_2$$



3. Квадраты периодов обращения планет вокруг Солнца относятся, как кубы больших полуосей орбит планет.

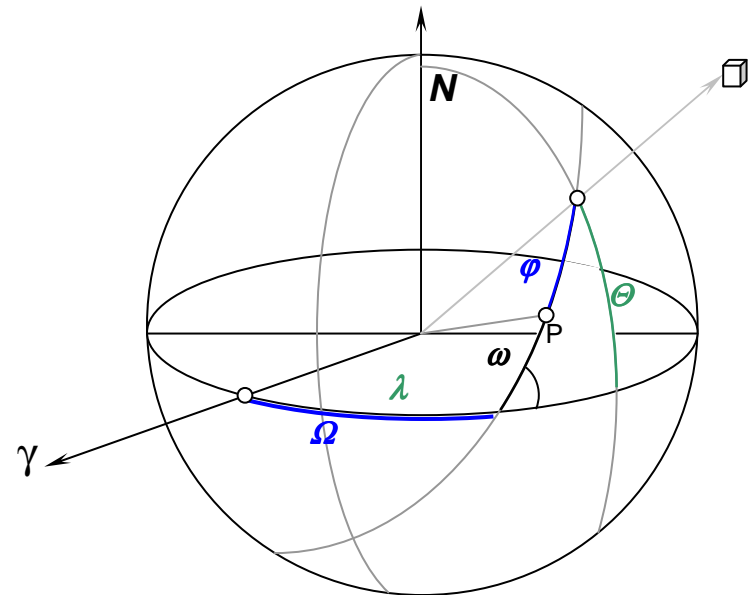
$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$



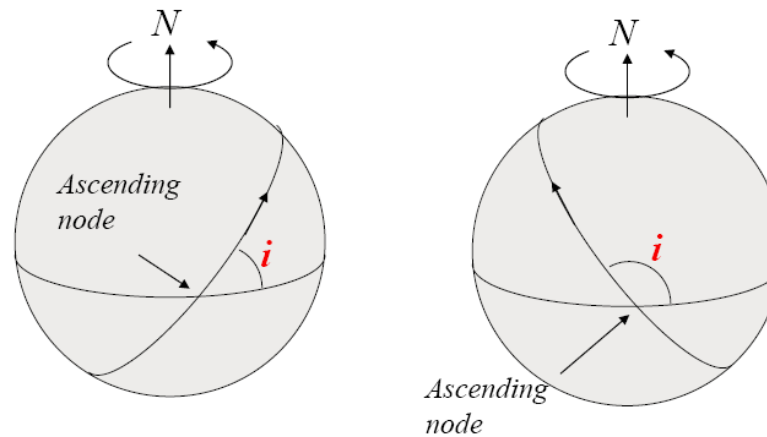


Эллиптическую орбиту планеты определяют следующие 6 элементов:

1. Наклонение  $i$  плоскости орбиты
2. Долгота (гелиоцентрическая) восходящего узла  $\Omega$
3. Угловое расстояние перигелия  $\omega$
4. Большая полуось  $a$
5. Эксцентриситет орбиты  $e$
6. Момент прохождения через перигелий  $t_0$

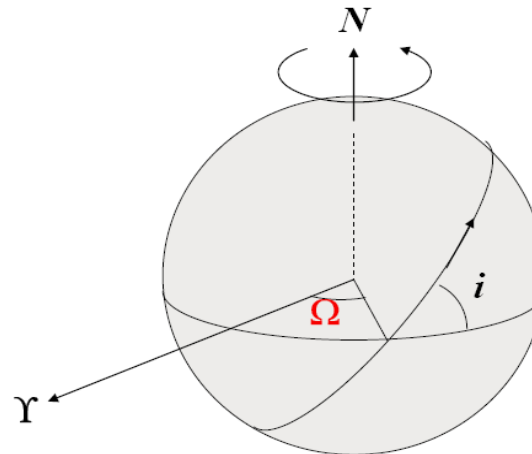


1. **Наклонение  $i$**  плоскости орбиты к плоскости экватора. Наклонение может иметь любые значения между 0 и 180°.



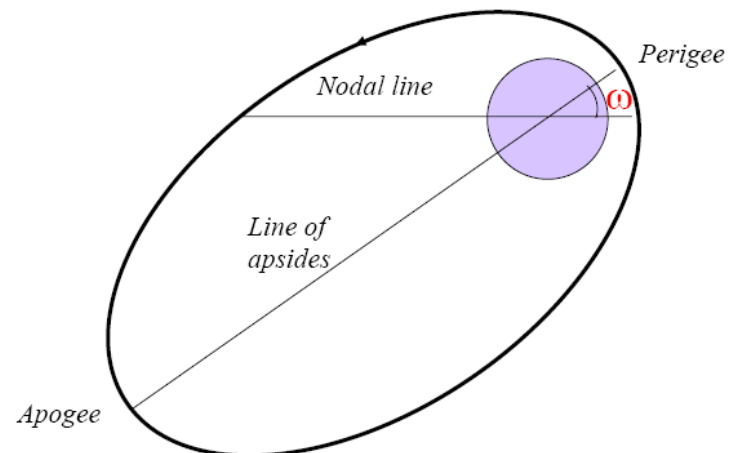


2. **Долгота (гелиоцентрическая) восходящего узла  $\Omega$** , угол между направлениями на точку весеннего равноденствия и пересечением проекции орбиты с экватором (восходящим узлом). Долгота восходящего узла может иметь любые значения от 0 до 360°.

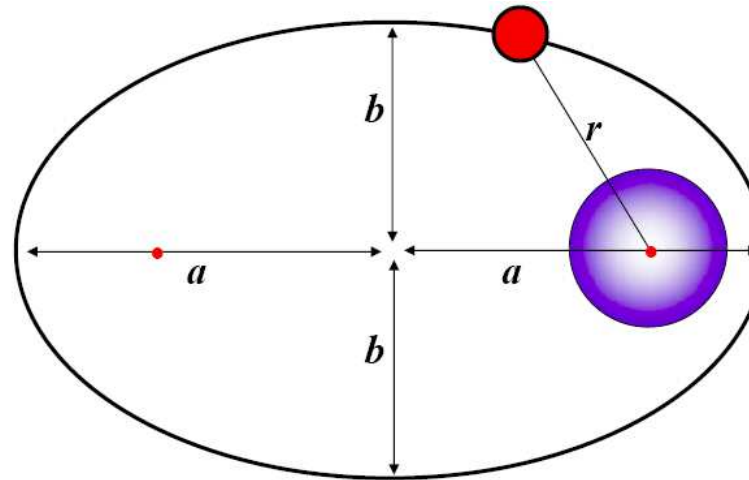


3. **Угловое расстояние перигелия  $\omega$**  от узла, угол между восходящим узлом и точкой перигелия. Он отсчитывается в плоскости орбиты планеты в направлении ее движения и может иметь любые значения от 0 до 360°.

**Угловое расстояние перигелия  $\omega$**  определяет положение орбиты в ее плоскости. (Иногда вместо  $\omega$  дается долгота перигелия  $p = (\Omega + \omega)$ )



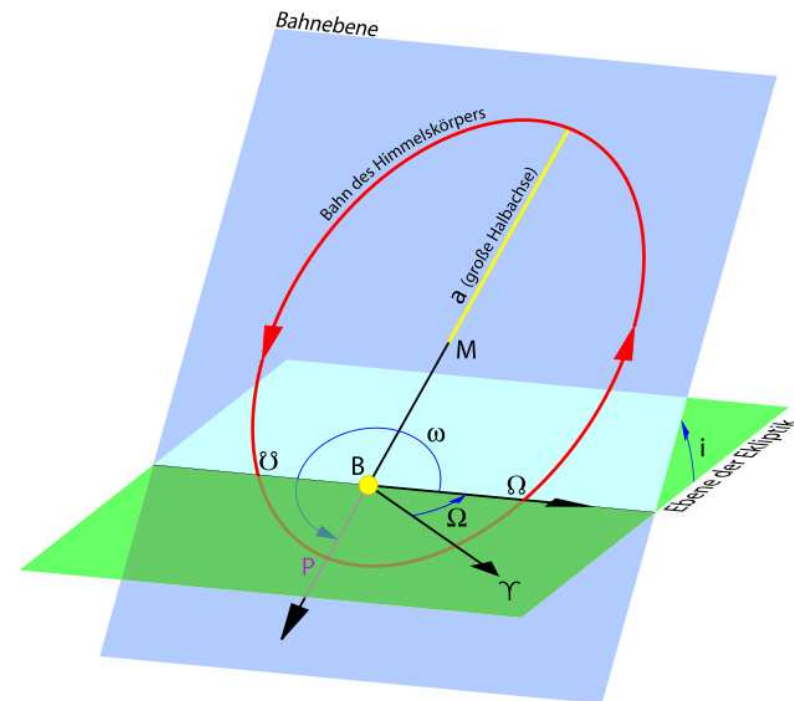
4. **Большая полуось  $a$**  эллиптической орбиты, которая однозначно определяет сидерический период обращения  $T$  планеты. Часто одновременно с ней дается в качестве элемента среднее суточное движение  $n = 360^\circ / T = 2\pi / T$ , т.е. средняя угловая скорость планеты за сутки.



5. **Эксцентриситет орбиты  $e$**  где  $a$  и  $b$  — полуоси эллиптической орбиты. **Большая полуось  $a$**  и **эксцентриситет  $e$**  определяют размеры и форму орбиты.

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$$

- $e=0$     окружность
- $0 \leq e < 1$     эллипс
- $e=1$     парабола
- $e > 1$     гипербола





## 6. Момент прохождения через перигелий $t_0$

Зная момент прохождения через перигелий  $t_0$  и другие элементы орбиты, можно определить положение планеты в плоскости ее орбиты для любого момента времени  $t$ .



## Факторы, действующие на тело, находящиеся на орбите

1. отклонение формы Земли от идеального шара
2. неравномерная сила земного притяжения, вследствие неравномерного распределении массы
3. действие силы притяжения Луны-Солнце
4. влияние атмосферы
5. солнечное давление

## 1. Отклонения формы Земли от идеального шара

Отклонения формы Земли от идеального шара вызывает изменения долготы восходящего узла и углового расстояния перигелия, а именно

$$\dot{\Omega} = -3/2 * J_2 * \left(\frac{r_e}{a}\right)^2 * n * (1 - \varepsilon^2)^{-2} * \cos(i)$$

$$\dot{\omega} = 3/2 * J_2 * \left(\frac{r_e}{a}\right)^2 * n * (1 - \varepsilon^2)^{-2} * (2 - 5/2 * \sin^2(i))$$

При использовании определенных значений параметров орбиты (инклинации, значений большой полуоси) можно достигнуть того, что прецессия будет использоваться для достижения специальных видов орбит.

## Виды специальных орбит

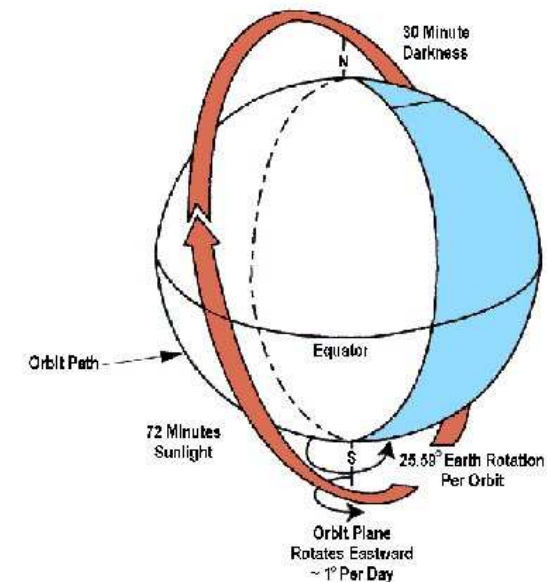
### Солнечно-синхронная орбита

**Солнечно-синхронная орбита** представляет собой геоцентрическую орбиту с такими параметрами, что объект, находящийся на орбите, проходит над любой точкой земной поверхности приблизительно в одно и то же местное солнечное время. Таким образом, угол освещения земной поверхности будет приблизительно одинаковым на всех проходах спутника. Такие постоянные условия освещения очень хорошо подходят для спутников, получающих изображения земной поверхности. Для достижения подобных характеристик параметры орбиты выбираются таким образом, чтобы орбита прецессировала в восточном направлении на 360 градусов в год (приблизительно на 1 градус в день), компенсируя вращение Земли вокруг Солнца.



## Солнечно-синхронная орбита

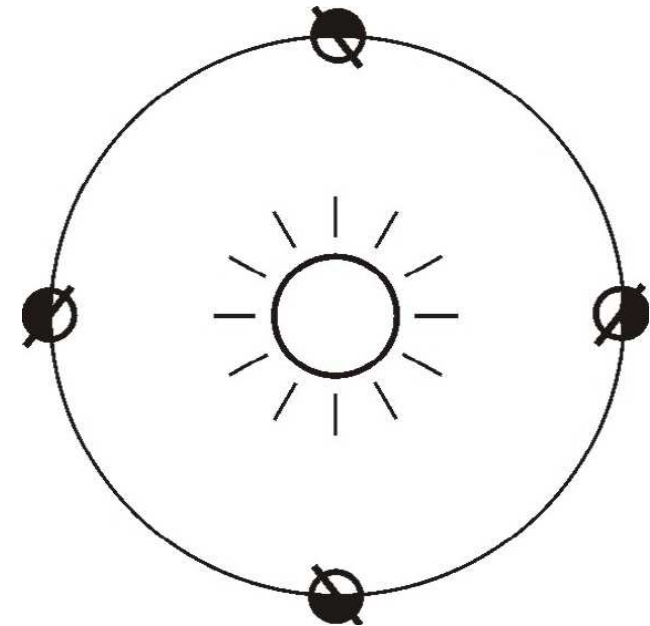
Прецессия происходит за счёт взаимодействия спутника с Землёй, некруглой из-за полярного сжатия. Скорость прецессии зависит от наклона орбиты. Нужной скорости прецессии можно достичь лишь для определённого диапазона высот орбит (как правило, выбираются значения 600-800 км, с периодами 96-100 мин.), необходимое наклонение для упомянутого диапазона высот около  $98^\circ$ . Для солнечно-синхронной орбиты прецессия должна происходить в направлении, противоположном вращению земли.



## Солнечно-синхронная орбита

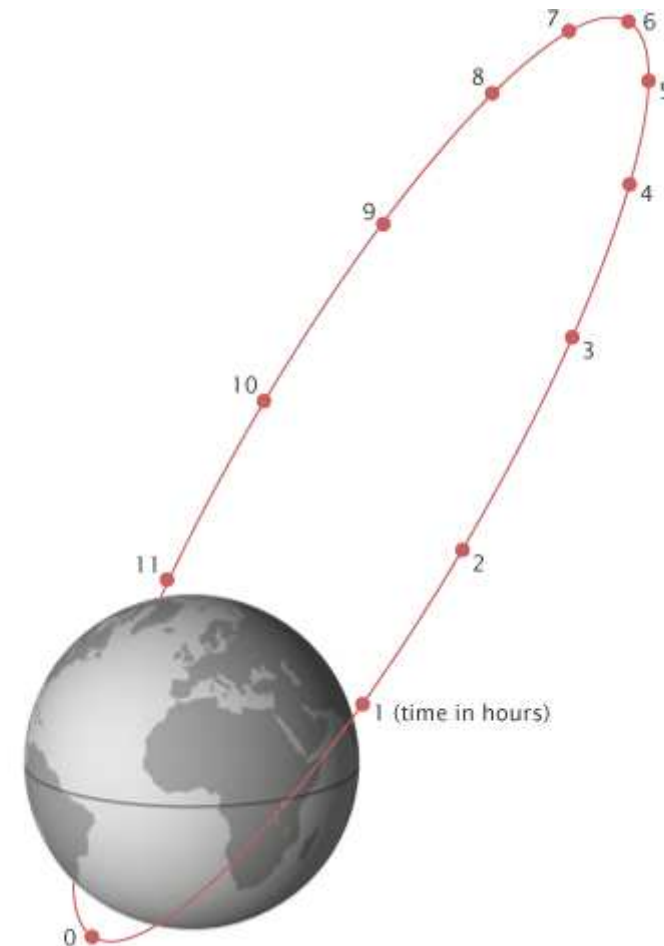
$$\dot{\Omega} = -\frac{3}{2} n J_2 \left( \frac{R_E}{a} \right)^2 \frac{\cos i}{(1 - e^2)^2}$$

$\dot{\Omega}$  - скорость прецессии (рад/с)  
 $a$  - радиус земли (6378,137 км)  
 $R_E$  - радиус орбиты спутника  
 $n$  - среднее движение Земли  
 $i$  - наклонение орбиты  
 $J_2$  - второй динамический фактор  
 формы Земли ( $1.08 \times 10^{-3}$ )



## Высокоэллиптическая орбита

Высокая эллиптическая орбита — это тип эллиптической орбиты у которой высота в апогее во много раз превышает высоту в перигее (например, "Молния" 500 км/40.000 км) По законам Кеплера, спутники использующие высокие эллиптические орбиты движутся с очень высокой скоростью в перигее, а затем сильно замедляются в апогее. Когда спутник находится близко от апогея, у наземного наблюдателя создаётся впечатление, что спутник почти не движется в течение нескольких часов, то есть его орбита становится квази-геостационарной. При этом точка прохождения апогея и перигея относительно Земли остаются неизменными. Такая стабилизация достигается при выборе значения инклинации в примерно  $63,5^\circ$



Типичная орбита КА «Молния».

## Высокоэллиптическая орбита

$$\dot{\omega} = 4,98 \left( \frac{R_{Erde}}{a} \right)^{\frac{7}{2}} \frac{5 \cos^2 i - 1}{(1 - \varepsilon^2)^2} \quad \dot{\omega} = 0 \text{ , если } i \approx 64^\circ$$



Наземная трасса КА «Молния»

## Факторы, действующие на тело, находящиеся на орбите

### 2. Неравномерная сила земного притяжения, вследствие неоднородного распределении массы

Неравномерная сила земного притяжения влияет в первую очередь на величины большой полуоси и особенно актуально это влияние в случае эксплуатации геостационарных спутников.

В случае геостационарного спутника это действие, если не происходит компенсация, накапливается с каждым витком и, как следствие, возникают пункты с скачкообразными изменениями высоты орбиты.

## Факторы, действующие на тело, находящиеся на орбите

### Действие силы притяжения Луны-Солнца

В случае наклона спутниковой орбиты относительно орбиты Луны/Солнца, происходит прецессия угла наклона спутниковой орбиты к плоскости экватора Земли (инклинации)

$$\frac{di}{dt} = \frac{3}{4} \frac{\mu_{\text{Sonne}}}{\mu_{\text{Erde}}} \left( \frac{\sqrt{R_{\text{Erde}}}}{R_{\text{Sonne}}} \right) \sin \alpha \cos \alpha$$

## Факторы, действующие на тело, находящиеся на орбите

### 4. Влияние атмосферы

Под воздействием атмосферы скорость уменьшается, и как следствие уменьшается высота орбиты:

$$a_{\text{air}} = \frac{A c_d \rho}{m} \frac{v^2}{2}$$

A - эффективная площадь

m - масса

$c_d$  - коэффициент сопротивления

$\rho$  - плотность

## Факторы, действующие на тело, находящиеся на орбите

### Солнечное давление

Солнечное давление (действие фотонов), не путать с солнечным ветром (действие ионов, электронов)

Из-за рефлексии действие солнечного давления увеличивается в 2 раза. На расстоянии 1АЕ плотность солнечной энергии составляет 1372 В/м<sup>2</sup>. Если этот поток энергии будет поглощен полностью, то

$$P = \frac{S}{c}$$

S- плотность солнечной энергии

C- скорость света

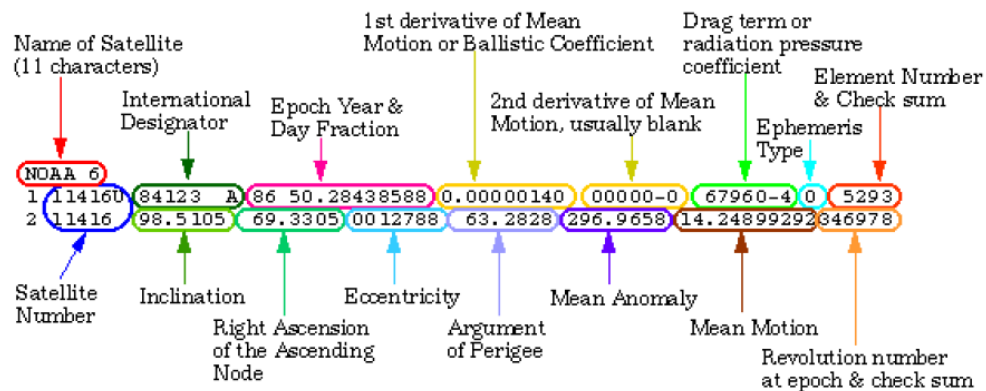
В случае экваториальных орбит солнечное давление вызывает изменение эксцентриситета, которое прямо пропорционально площади отражения/поглощения и обратно пропорционально массе спутника.



## Two-Line Element

TLE (аббр. от англ. Two-Line Element set, двухстрочный элемент) — двухстрочный формат данных, представляющий собой набор элементов орбиты для спутника Земли.

Формат TLE используется в системах, которые используют данные группировки NORAD для определения положения интересующих космических объектов.



[Quelle: [http://science.nasa.gov/Realtime/rocket\\_sci/orbmech/state/2line.html](http://science.nasa.gov/Realtime/rocket_sci/orbmech/state/2line.html)]



## Строка 1 (обязательная)

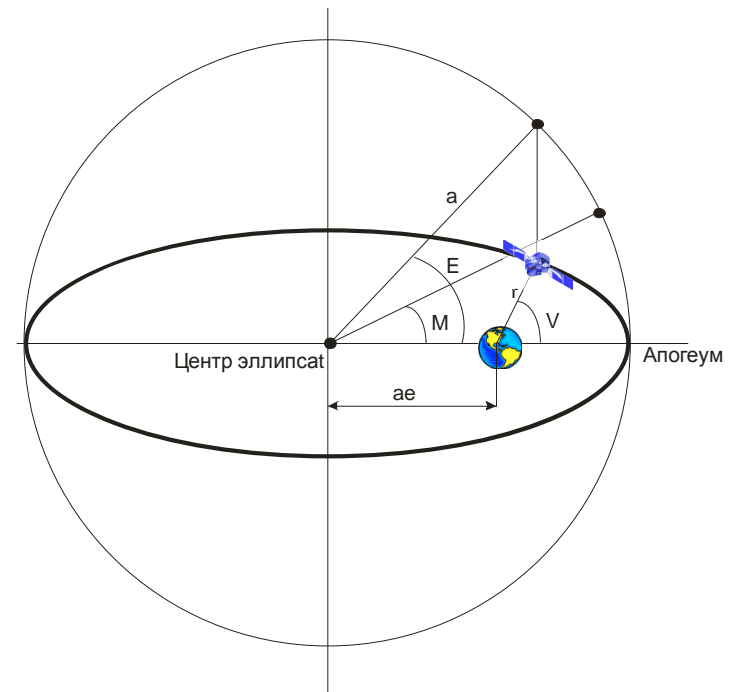
| Номер | Положение | Содержание   |
|-------|-----------|--|
| 1     | 01-01     | Номер строки   |
| 2     | 03-07     | Номер спутника в базе данных NORAD   |
| 3     | 08-08     | Классификация (U=Unclassified — без классификации)   |
| 4     | 10-11     | Международное обозначение (последние две цифры года запуска)   |
| 5     | 12-14     | Международное обозначение (номер запуска в этом году)  |
| 6     | 15-17     | Международное обозначение (часть запуска)  |
| 7     | 19-20     | Год эпохи (последние две цифры)  |
| 8     | 21-32     | Время эпохи (целая часть — номер дня в году, дробная — часть дня)  |
| 9     | 34-43     | Первая производная от среднего движения (ускорение), деленная на два   |
| 10    | 45-52     | Вторая производная от среднего движения, деленная на шесть (подразумевается, что число начинается с десятичного разделителя) |
| 11    | 54-61     | Коэффициент торможения $V^*$ (подразумевается, что число начинается с десятичного разделителя)                               |
| 12    | 63-63     | Изначально — типы эфемерид, сейчас — всегда число 0  |
| 13    | 65-68     | Число элементов  |
| 14    | 69-69     | Контрольная сумма по модулю 10   |



## Строка 2 (обязательная)

| Номер | Положение | Содержание   |
|-------|-----------|--|
| 1     | 01-01     | Номер строки   |
| 2     | 03-07     | Номер спутника в базе данных NORAD   |
| 3     | 09-16     | Наклонение в градусах  |
| 4     | 18-25     | Долгота восходящего узла в градусах  |
| 5     | 27-33     | Эксцентриситет (подразумевается, что число начинается с десятичного разделителя) |
| 6     | 35-42     | Аргумент перицентра в градусах   |
| 7     | 44-51     | Средняя аномалия в градусах  |
| 8     | 53-63     | Частота обращения (оборотов в день)  |
| 9     | 64-68     | Номер витка на момент эпохи  |
| 10    | 69-69     | Контрольная сумма по модулю 10   |

- **Правдивая (истинная) аномалия  $V$**  - угол между фокусной точкой эллипса, перигелием и позицией спутника.
- **Эксцентриская аномалия  $E$** - Угол между центром эллипса, перигелием и проекцией позиции небесного объекта на воображаемый круг.
- **Средняя аномалия  $M$**  -Угол между центром эллипса, перигелием и проекцией позиции небесного объекта на воображаемый круг, с приближением равномерного движения спутника.



## Элевация и Азимут

Азимутом  $\alpha$  светила называется дуга математического горизонта от точки юга до вертикального круга светила, или угол между полуденной линией и линией пересечения плоскости математического горизонта с плоскостью вертикального круга светила.

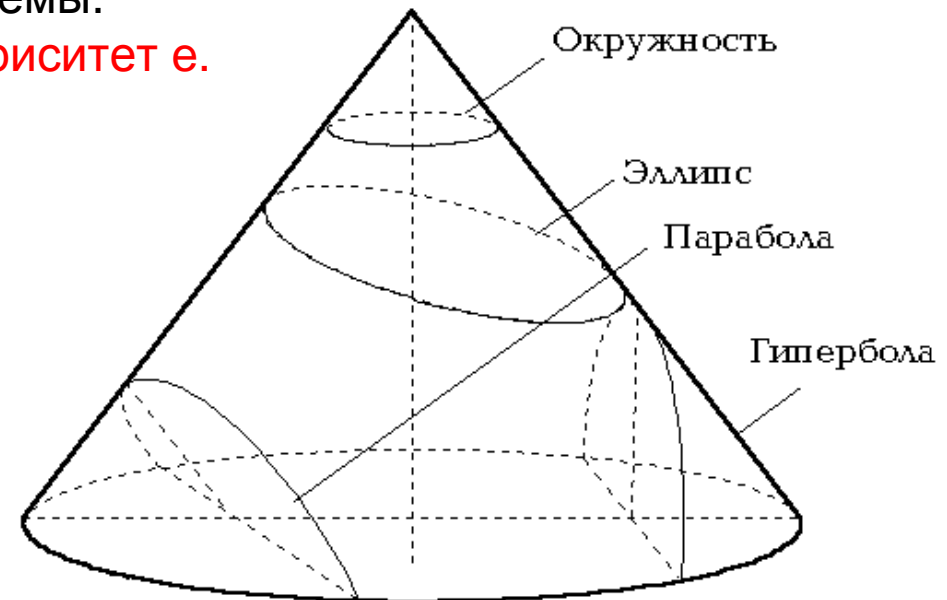
Высотой ( $\delta$ ) (или элевацией) светила называется дуга вертикального круга от математического горизонта до светила, или угол между плоскостью математического горизонта и направлением на светило

## Виды орбит

Орбита может иметь форму окружности, эллипса, параболы или гиперболы, в фокусе которых находится центр масс системы.

Форму орбиты определяет **эксцентриситет  $e$** .

- |             |               |
|-------------|---------------|
| $e = 0$     | - окружность; |
| $0 < e < 1$ | - эллипс;     |
| $e = 1$     | - парабола;   |
| $e > 1$     | - гипербола.  |

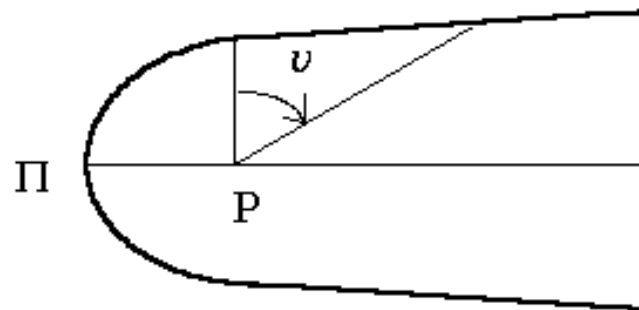




## Круговая, параболическая и гиперболическая орбиты.

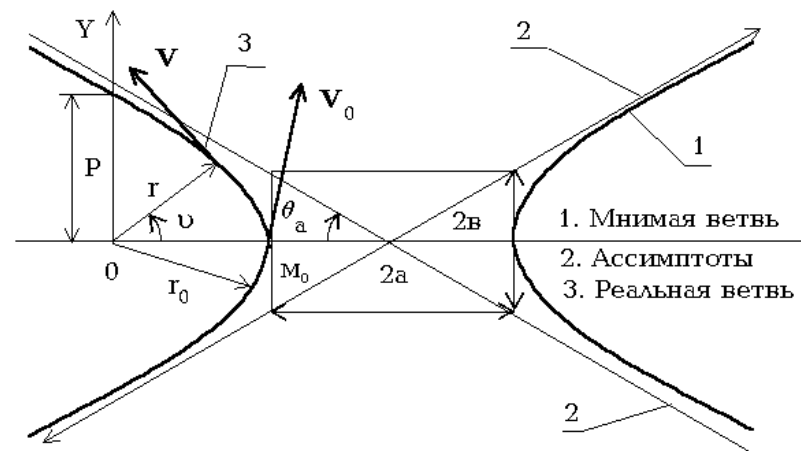
Частным случаем эллиптической орбиты является **круговая орбита**. Круговая орбита не может быть реализована в действительности, так как она возможна только в центральном поле сил. Практически орбиты, близкие к круговым, могут быть созданы вокруг таких небесных тел, как Земля, Марс, Венера, Луна. Их называют околокруговыми орбитами. Круговую орбиту характеризует эксцентриситет  $e=0$  и фокальный параметр  $r=a=r$ . Спутник, движущийся по круговой орбите, имеет скорость, которая называется первой космической скоростью.

При  $e=1$  орбита будет параболической.  
Аппарат с параболической скоростью по отношению к  
центру притяжения обладает достаточной энергией для того,  
чтобы полностью освободиться от поля тяготения.





Гиперболическая орбита встречается всегда, когда КА покидает поле тяготения одного тела и переходит в поле тяготения другого. Осуществляется она при  $e > 1$



Для реализации гиперболической орбиты необходимо выполнение условия  $V_0 > V_2$

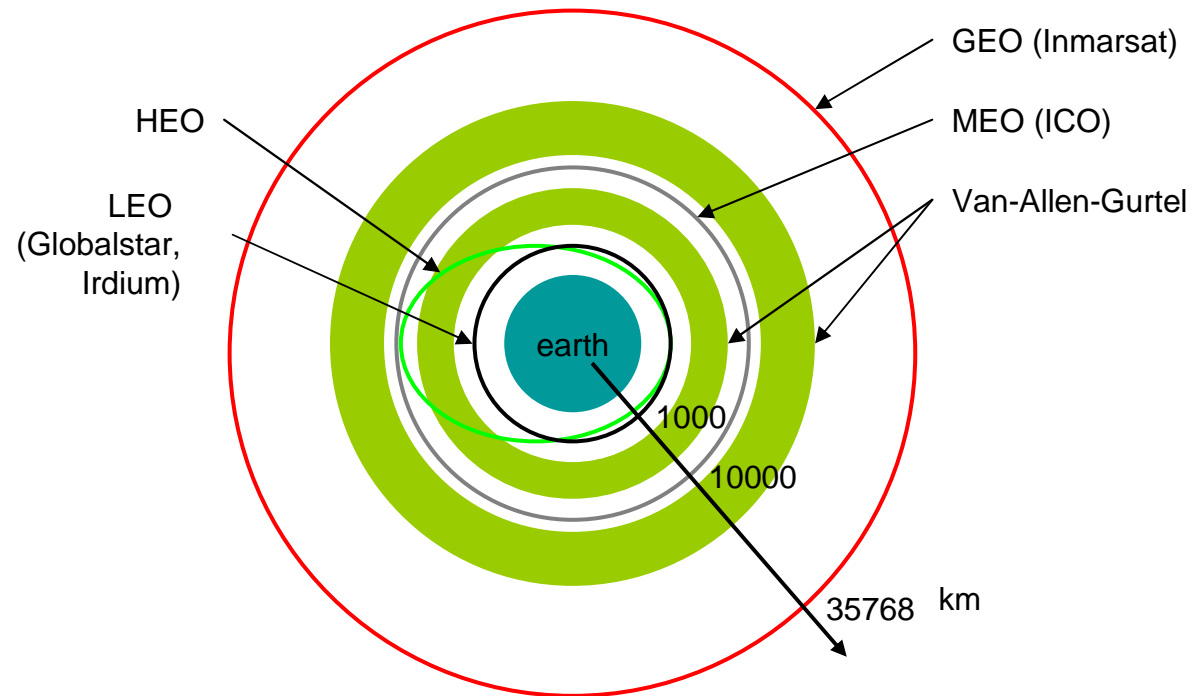
|                    | LEO       | MEO                       | GEO         | HEO         |
|--------------------|-----------|---------------------------|-------------|-------------|
| Средняя высота, km | 300-1000  | 6000-25000                | 35786       | 500 x 36000 |
| Наклонение, °      | любое     | любое                     | 0           | 63,44       |
| Период, h          | 1,5       | 5-12                      | 24          | 12          |
| Время контакта, h  | 0,2       | 2-4                       | 24          | 11          |
| Использование      | Различное | Навигация,<br>Комуникация | Комуникация | Комуникация |

LEO- Низкая околоземная орбита. (Low Earth Orbit)

MEO-Средняя околоземная орбита. (Medium Earth Orbit)

HEO-Высокоэллиптическая орбита. (High Elliptical Orbit)

GEO -Геостационарная орбита. (Geosynchronous Orbit)



## Зависимость скорости от периода обращения и высоты орбиты

